ERRATA – Cálculo Volume I

- Detectamos a seguinte falha de caixa alta/caixa baixa no trecho abaixo.

Página 2

C. O custo C de enviar um envelope pelo correio depende de seu peso w. Embora não haja uma fórmula simples relacionando W e C, o correio tem uma fórmula que permite calcular C quando w é dado.

Correção:

C. O custo C de enviar um envelope pelo correio depende de seu peso w. Embora não haja uma fórmula simples relacionando w e C, o correio tem uma fórmula que permite calcular C quando w é dado.

- Detectamos as seguintes falhas de tradução nos trechos abaixo.

Página 3

Na parte azul da Figura 3, onde consta f, lê-se $f(x)$.

Correção:

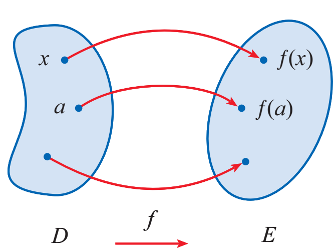

FIGURA 3
Diagrama de flechas para f

Página 3

Outra forma de ver a função é como um **diagrama de flechas**, como na Figura 3. Cada flecha conecta um elemento de D com um elemento de E. A flecha indica que está associado a x, $f(a)$ está associado a a e assim por diante.

Correção:

Outra forma de ver a função é como um **diagrama de flechas**, como na Figura 3. Cada flecha conecta um elemento de D com um elemento de E. A flecha indica que $f(x)$ está associado a x, $f(a)$ está associado a a e assim por diante.

Página 3

Na Figura 5, onde consta faixa, lê-se imagem.

Correção:

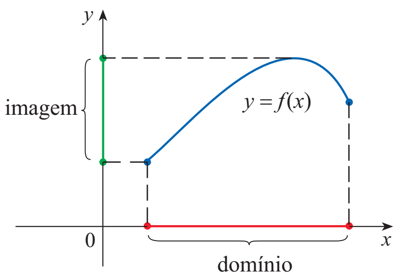

FIGURA 5

Página 3

Na letra (b) do Exemplo 2, onde consta $2x - 1$, lê-se x^2

Correção:

(b) $g(x) = x^2$

1.1 Quatro Maneiras de Representar uma Função

Funções

As funções surgem quando uma quantidade depende de outra. Consideremos as seguintes situações:

A. A área A de um círculo depende do seu raio r. A regra que conecta r e A é dada pela equação $A = \pi r^2$. A cada número r positivo está associado um único valor de A e dizemos que A é uma *função* de r.

B. A população humana do mundo P depende do tempo t. A Tabela 1 mostra as estimativas da população mundial P no momento t em certos anos. Por exemplo,

$$P \approx 2.560.000.000 \qquad \text{quando } t = 1950$$

Para cada valor do tempo t, existe um valor correspondente de P, e dizemos que P é uma função de t.

Tabela 1 População Mundial

Ano	População (em milhões)
1900	1.650
1910	1.750
1920	1.860
1930	2.070
1940	2.300
1950	2.560
1960	3.040
1970	3.710
1980	4.450
1990	5.280
2000	6.080
2010	6.870

C. O custo C de enviar um envelope pelo correio depende de seu peso w. Embora não haja uma fórmula simples relacionando w e C, o correio tem uma fórmula que permite calcular C quando w é dado.

D. A aceleração vertical a do solo registrada por um sismógrafo durante um terremoto é uma função do tempo t. A Figura 1 mostra o gráfico gerado pela atividade sísmica durante o terremoto de Northridge, que abalou Los Angeles em 1994. Para um dado valor de t, o gráfico fornece um valor correspondente de a.

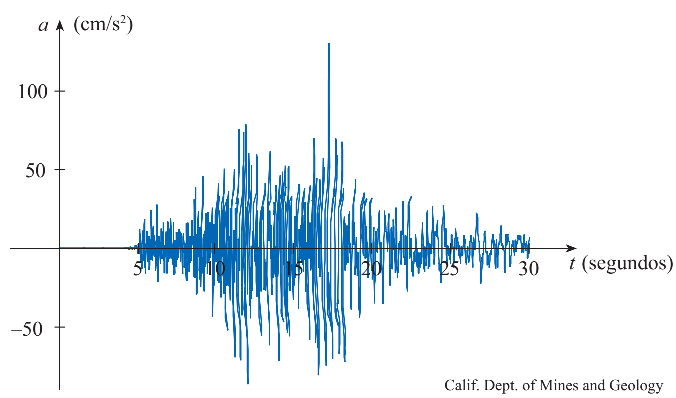

FIGURA 1
Aceleração vertical do solo durante o terremoto de Northridge

Cada um desses exemplos descreve uma regra pela qual, dado um número (como r no Exemplo A), outro número (A) é associado. Em cada caso dizemos que o segundo número é uma função do primeiro. Se f representa a regra que relaciona A a r no Exemplo A, então, na **notação de função**, isso é expresso por $A = f(r)$.

Uma **função** f é uma lei que associa, a cada elemento x em um conjunto D, exatamente um elemento, chamado $f(x)$, em um conjunto E.

Em geral, consideramos as funções para as quais D e E são conjuntos de números reais. O conjunto D é chamado **domínio** da função. O número $f(x)$ é o **valor de f em x** e é lido "f de x". A **imagem** de f é o conjunto de todos os valores possíveis de $f(x)$ obtidos quando x varia por todo o domínio. O símbolo que representa um número arbitrário no *domínio* de uma função f é denominado **variável independente**. Um símbolo que representa um número na *imagem* de f é denominado **variável dependente**. No Exemplo A, a variável r é independente, enquanto A é dependente.

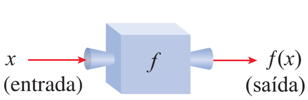

FIGURA 2
Diagrama de máquina para uma função f

É útil considerar uma função como uma **máquina** (veja a Figura 2). Se x estiver no domínio da função f, quando x entrar na máquina, ele será aceito como entrada, e a máquina produzirá uma saída $f(x)$ de acordo com a lei que define a função. Então, podemos pensar o domínio como o conjunto de todas as entradas, enquanto a imagem é o conjunto de todas as saídas possíveis. As funções pré-programadas de sua calculadora são exemplos de funções como máquinas. Por exemplo, se você fornece um número como entrada e aperta a tecla x^2, a calculadora mostra como saída o quadrado do número de entrada.

Outra forma de ver a função é como um **diagrama de flechas**, como na Figura 3. Cada flecha conecta um elemento de D com um elemento de E. A flecha indica que $f(x)$ está associado a x, $f(a)$ está associado a a e assim por diante.

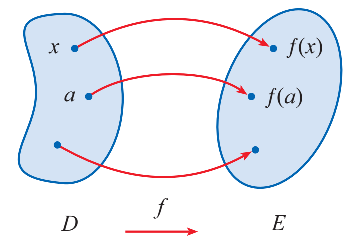

FIGURA 3
Diagrama de flechas para f

Talvez o método mais útil de visualizar uma função consiste em fazer seu gráfico. Se f for uma função com domínio D, então seu **gráfico** será o conjunto de pares ordenados

$$\{(x, f(x)) \mid x \in D\}$$

(Note que esses são os pares entrada-saída.) Em outras palavras, o gráfico de f consiste de todos os pontos (x, y) no plano coordenado tais que $y = f(x)$ e x está no domínio de f.

O gráfico de uma função f nos fornece uma imagem útil do comportamento ou "histórico" da função. Uma vez que a coordenada y de qualquer ponto (x, y) sobre o gráfico é $y = f(x)$, podemos ler o valor $f(x)$ como a altura do ponto no gráfico acima de x (veja a Figura 4). O gráfico de f também nos permite visualizar o domínio de f sobre o eixo x e a imagem sobre o eixo y, como na Figura 5.

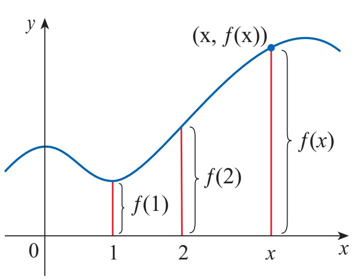

FIGURA 4

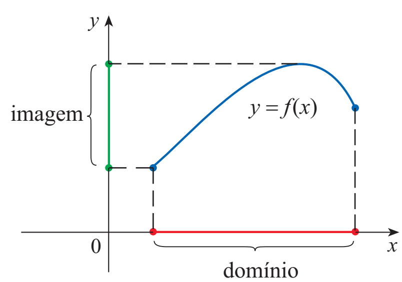

FIGURA 5

EXEMPLO 1 O gráfico de uma função f está na Figura 6.

(a) Encontre os valores de $f(1)$ e $f(5)$.

(b) Quais são o domínio e a imagem de f?

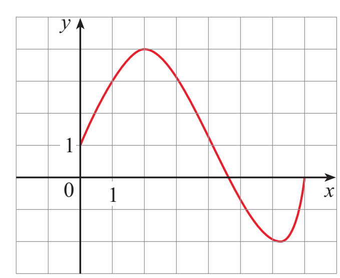

FIGURA 6

SOLUÇÃO

(a) Vemos na Figura 6 que o ponto $(1, 3)$ encontra-se no gráfico de f, então, o valor de f em 1 é $f(1) = 3$. (Em outras palavras, o ponto no gráfico que se encontra acima de $x = 1$ está 3 unidades acima do eixo x.)

Quando $x = 5$, o ponto no gráfico que corresponde a esse valor está 0,7 unidade abaixo do eixo x e estimamos que $f(5) \approx -0{,}7$.

(b) Vemos que $f(x)$ está definida quando $0 \le x \le 7$, logo, o domínio de f é o intervalo fechado $[0, 7]$. Observe que os valores de f variam de -2 a 4, assim, a imagem de f é

$$\{y \mid -2 \le y \le 4\} = [-2, 4]$$ ■

A notação para intervalos é dada no Apêndice A.

No cálculo, a forma mais comum de definir uma função é por meio de uma equação algébrica. Por exemplo, a equação $y = 2x - 1$ define y como uma função de x. Podemos expressar isso na notação de função escrevendo $f(x) = 2x - 1$.

EXEMPLO 2 Esboce o gráfico e encontre o domínio e a imagem de cada função.

(a) $f(x) = 2x - 1$ (b) $g(x) = x^2$